

Encontro anual de  
**INICIAÇÃO**   
**CIENTÍFICA DA UNESPAR**

**UM ESTUDO ACERCA DE MATERIAIS DO LABORATÓRIO DE MATEMÁTICA**

Karina Dezilio (PIC)  
Unespar/Campus, karinadezilio@hotmail.com  
Valdete dos Santos Coqueiro (Orientadora)  
Unespar/Campus, vcoqueiro@yahoo.com.br  
Mariana Moran Barroso (Coorientadora)  
Unespar/Campus, marianamorambar@gmail.com

**RESUMO:** A presente pesquisa visa apresentar um manual que foi realizado com o objetivo de nortear professores de Matemática da Educação Básica para o uso de alguns materiais que compõem o Laboratório de Matemática, implantados em algumas escolas técnicas e profissionalizantes, disponibilizado pelo Programa Brasil Profissionalizado. Para a realização dos estudos teóricos da pesquisa sobre o material didático (MD) e sobre o Laboratório de Ensino de Matemática (LEM), nos apoiamos em estudos de Lorenzato (2012). Os materiais utilizados para a análise foram concedidos pelo Colégio Estadual de Campo Mourão-PR e estudados minuciosamente, de modo a explorar as potencialidades e as limitações; e, também, com o objetivo de indicar aos professores o melhor modo de utilizá-los. Os instrumentos de pesquisa utilizados foram: máquinas fotográficas, livros didáticos, computadores, softwares matemáticos e as Diretrizes Curriculares Estaduais de Matemática (DCE). Os materiais pesquisados foram: Relações Métricas no Triângulo Retângulo, Teorema de Pitágoras e Conjunto de Produtos Notáveis. Como esses materiais não estão presentes em todas as escolas da rede estadual de ensino, assim como o Laboratório de Matemática, então, um dos tópicos apresentados nesse manual foi à inclusão do item “como confeccionar”. Com isso, além de auxiliar os professores em como utilizá-los em escolas que contém o Laboratório de Matemática, também poderá dar suporte para aqueles professores que não possuem o Laboratório, mas querem utilizá-los em suas aulas.

Palavras-chave: Laboratório de Ensino de Matemática. Material Didático. Programa Brasil Profissionalizado.

## **INTRODUÇÃO**

O Governo Federal, em 2007, criou o programa Brasil Profissionalizado, com o objetivo de implantar nas escolas técnicas e profissionalizantes um Laboratório de Matemática<sup>1</sup>. Tal programa busca integrar o conhecimento do Ensino Médio a prática. Algumas escolas da Rede Estadual de Ensino de Campo Mourão e região foram contempladas com este laboratório.

Os materiais didáticos, que fazem parte deste laboratório, não possuem manuais de como utiliza-los. Então, procuramos, em nossa pesquisa, elaborar um manual que subsidie o trabalho dos professores da rede de Educação Básica de ensino, oferecendo-lhes orientações para o melhor uso

---

<sup>1</sup> Nos momentos em que estivermos nos referindo ao Laboratório do Brasil Profissionalizado, colocaremos somente Laboratório de Matemática e nos momentos em que estivermos utilizando conceitos teóricos, utilizaremos Laboratório de Ensino de Matemática segundo o pesquisador Sérgio Lorenzato.

## **Encontro Anual de Iniciação Científica da Unespar**

destes materiais. Neste manual, apresentamos sugestões de como confeccioná-los; com isso, poderemos oportunizar a sua utilização em sala de aula, mesmo em escolas que não possuem o Laboratório de Matemática.

Segundo Lorenzato (2012, p. 6), um Laboratório de Ensino de Matemática (LEM), a princípio, poderia ser “um depósito/arquivo de instrumentos, tais como: livros, materiais manipuláveis, transparências, filmes, entre outros, inclusive matérias-primas e instrumentos para confeccionar materiais didáticos”. Porém, ampliando essa concepção de LEM,

ele é um local da escola reservado preferencialmente não só para as aulas regulares de matemática, mas também para tirar dúvidas de alunos; para os professores de matemática planejarem suas atividades, sejam elas aulas, exposições, olimpíadas, avaliações, entre outras, discutirem seus projetos, tendências e inovações; um local para criação e desenvolvimento de atividades experimentais, inclusive de produção de materiais instrucionais que possam facilitar o aprimoramento da prática pedagógica (LORENZATO, 2006, p. 6).

Dessa forma, o LEM pode ser “uma sala ambiente para estruturar, organizar, planejar e fazer acontecer o pensar matemático, é um espaço para facilitar, tanto ao aluno como ao professor, questionar, conjecturar, experimentar, analisar e concluir” (LORENZATO, 2012, p. 7). Ou seja, o LEM é um lugar onde tanto os alunos quanto os professores estão em um processo de aprendizagem com recursos que podem contribuir para aulas de Matemática mais dinâmicas.

Lorenzato (2012) ainda complementa dizendo que, mesmo se o LEM não possuir condições favoráveis para o processo de ensino e aprendizagem, ele ainda assim pode fazer com que a aprendizagem seja de forma prazerosa e entendível para os alunos, desde que o professor possua uma boa formação matemática e pedagógica, acredite no seu trabalho e seja criativo, para realizar um trabalho, de forma satisfatória e eficaz, no LEM. Rêgo e Rêgo (2012, p. 41) também apontam que o

LEM em uma escola constitui um importante espaço de experimentação para o aluno e, em especial, para o professor, que tem a oportunidade de avaliar na prática, sem as pressões do espaço formal tradicional de sala de aula, novos materiais e metodologias, resultados de pesquisas disponibilizados na literatura, ampliando sua formação de modo crítico, ou seja, quando associado à uma formação decente, oportuniza a realização de atividades em que professores da educação básica e alunos de curso de licenciatura possam refletir e elaborar sua avaliação pessoal do sistema de ensino adotado em nossas escolas e construir modelos viáveis de superação de seus aspectos negativos.

Para a construção do LEM, Lorenzato (2012, p. 8) salienta que “a contribuição dos alunos é muito importante para o processo educacional deles, pois é fazendo que se aprende”. Também é essencial, para tal construção, saber para quem o LEM se destina, seja ele para crianças de Educação

## **Encontro Anual de Iniciação Científica da Unespar**

Infantil, para os anos iniciais ou finais do Ensino Fundamental, para o Ensino Médio ou para o Ensino Superior.

O LEM também oferece suporte para confeccionar os materiais didáticos de Matemática. Lorenzato (2012, p. 18) define que um “material didático (MD) é qualquer instrumento útil ao processo de ensino e aprendizagem. Portanto, MD pode ser um giz, uma calculadora, um livro, um quebra cabeça, um jogo, uma embalagem, uma transparência, entre outros”. Deste modo, os materiais didáticos são as ferramentas fundamentais nesse processo de ensino e aprendizagem no LEM. Vale ressaltar que, de acordo com Lorenzato (2012), todo material manipulável (instrumento em que o aluno é capaz de sentir e manipular), é considerado um material didático.

Rêgo e Rêgo (2012, p. 43) afirmam que o estudo por meio de material manipulável é muito importante, “pois, a partir de sua utilização adequada, os alunos ampliam sua concepção sobre o que é, como e para que aprender Matemática”, quebrando, desse modo, mitos e crenças negativas a respeito da Matemática.

Para que os MD presentes no LEM sejam utilizados corretamente, é necessário que o professor tenha conhecimento de como utilizar o material, uma vez que a simples apresentação do material ou a utilização de forma errada não surtirá conhecimento ao aluno. É importante que o professor saiba escolher o material apropriado para cada nível de ensino, pois cada material didático contempla conteúdos específicos. Desse modo, não basta apenas possuir um LEM na escola e sim professores capacitados para ensinar com esses materiais; e, ainda, o MD não substitui o professor, pois sua “eficácia depende mais do professor do que do próprio MD” (LORENZATO, 2012, p. 25).

Com referência à manipulação do MD, Lorenzato (2012) descreve que, em um primeiro momento, o professor precisa disponibilizar um tempo para que os alunos possam explorar e se familiarizem com o MD. Deste modo, podem-se minimizar as percepções errôneas que os alunos possam vir a ter, caso não conheçam o material. Isso pode gerar um ensino mais demorado, porém esse tempo será recompensado, pois, com os conhecimentos que os alunos irão adquirir, a aula passará a obter um ritmo maior e, conseqüentemente, com qualidade.

Com o objetivo de investigar o uso dos materiais do Laboratório de Matemática, realizamos estudos teóricos, a fim de elaborar um manual que possa servir de apoio para o trabalho dos professores em sala de aula.

Elencamos um roteiro para cada material investigado com o intuito de contemplar as seguintes diretrizes: apresentação do material e quais peças serão utilizadas; objetivos; conteúdo estruturante; conteúdo básico; expectativa de aprendizagem; anos e níveis sugeridos; como utilizar; cuidados necessários; desenvolvimento da atividade; potencialidades e limitações.

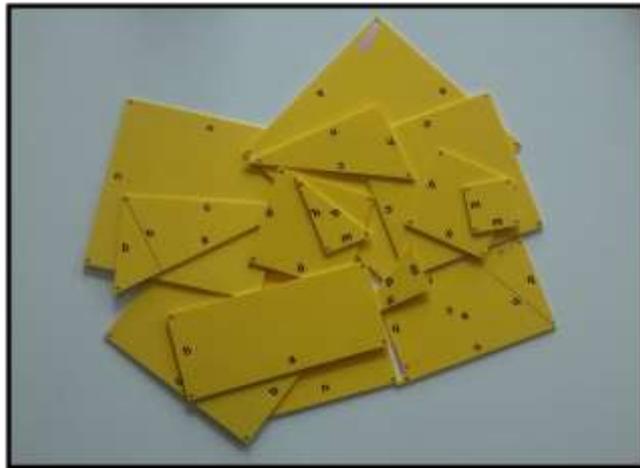
## Encontro Anual de Iniciação Científica da Unespar

Os materiais utilizados na pesquisa foram emprestados do Colégio Estadual de Campo Mourão-PR, de forma a explorar o máximo de possibilidades com relação ao uso destes.

Os instrumentos de pesquisa utilizados foram: máquinas fotográficas, livros didáticos, artigos, softwares matemáticos e as Diretrizes Curriculares Estaduais de Matemática (DCE).

O manual apresentado a seguir, contempla três materiais didáticos que fazem parte do Laboratório de Matemática, como segue: Relações Métricas no Triângulo Retângulo; Kit Teorema de Pitágoras e Conjunto de Produtos Notáveis. Este manual será apresentado de forma resumida, abordando apenas alguns itens que julgamos necessários.

### RELAÇÕES MÉTRICAS



**Figura 01: Relações Métricas**  
Fonte: Laboratório Brasil Profissionalizado

Chamamos relações métricas, no triângulo retângulo, às relações existentes entre os diversos segmentos do triângulo. Assim, para um triângulo retângulo, podemos estabelecer as seguintes relações entre as medidas de seus elementos:

$$a^2 = b^2 + c^2 \quad a \cdot h = b \cdot c \quad h^2 = m \cdot n \quad c^2 = a \cdot n \quad b^2 = a \cdot m$$

Desta forma, o material didático, *Relações Métricas No Triângulo Retângulo* tem como objetivo desenvolver a visualização e a compreensão da origem das propriedades geométricas, ou seja, as Relações Métricas no Triângulo Retângulo. Sugerimos que este material possa ser trabalhado no 9º ano do Ensino Fundamental.

Este material é encontrado em duas espécies: o material do professor e o material do aluno. O material do professor é ilustrado na Figura 01, é feito de plástico, com ímãs em seus vértices, para serem utilizados em lousas magnéticas disponibilizadas pelo Programa Federal. Enquanto que o material do aluno é feito em EVA. Os dois materiais tem as seguintes peças: 2 triângulos retângulos de catetos  $b$ ,  $c$  e hipotenusa  $a$ ; 2 triângulos retângulos de catetos  $h$ ,  $m$  e hipotenusa  $b$ ; 2 triângulos

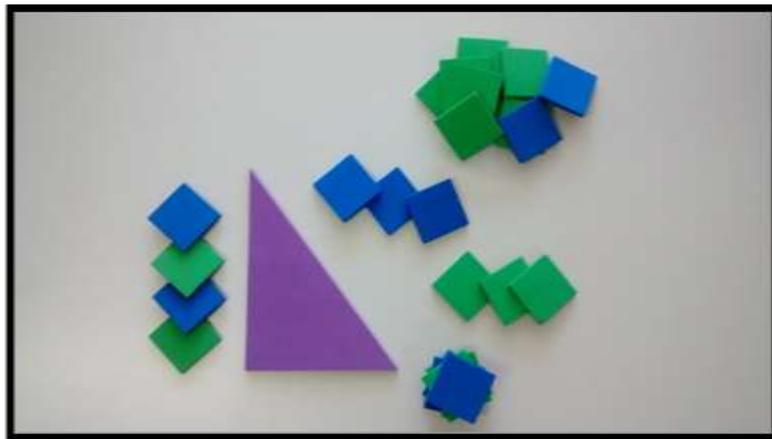
## Encontro Anual de Iniciação Científica da Unespar

retângulos de catetos  $h$ ,  $n$  e hipotenusa  $c$ ; 6 quadrados de lados:  $a$ ,  $b$ ,  $c$ ,  $h$ ,  $m$  e  $n$  e 5 retângulos de lados:  $a$  e  $n$ ,  $a$  e  $m$ ,  $m$  e  $n$ ,  $a$  e  $h$ ,  $b$  e  $c$ .

Além deste material fazer parte do Laboratório do Brasil Profissionalizado, ele pode ser confeccionado, utilizando-se diversos materiais. Neste trabalho, optamos por construí-lo em EVA. Construimos as peças descritas anteriormente, com as seguintes medidas indicadas por Lamas (s/d):  $a = 15$  cm,  $b = 12$  cm,  $c = 9$  cm,  $h = 7,2$  cm,  $m = 9,6$  cm,  $n = 5,4$  cm

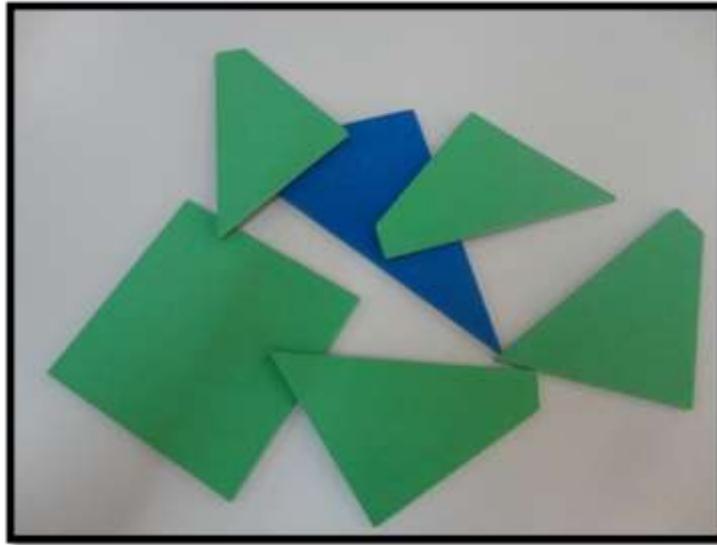
Com esse material, é possível proporcionar ao aluno a exploração das propriedades que estabelecem as Relações Métricas no triângulo retângulo. Tal exploração pode ser feita por meio de conceitos que envolvem semelhança de triângulos, área e o uso do Teorema de Pitágoras. A proposta de trabalhar com esse material é oferecer aos alunos uma possibilidade de compreender e demonstrar as relações métricas existentes no triângulo retângulo.

### TEOREMA DE PITÁGORAS



**Figura 02: Teorema de Pitágoras 1**  
Fonte: Laboratório Brasil Profissionalizado

**Encontro Anual de Iniciação Científica  
da Unespar**



**Figura 03: Teorema de Pitágoras 2**  
Fonte: Laboratório Brasil Profissionalizado

O Teorema de Pitágoras é uma relação matemática entre os comprimentos dos lados de qualquer triângulo retângulo. Na Geometria Euclidiana, o teorema afirma que: “Em qualquer triângulo retângulo, o quadrado do comprimento da hipotenusa é igual à soma dos quadrados dos comprimentos dos catetos”.

Foi por meio do Teorema de Pitágoras que os conceitos e as definições de números irracionais começaram a ser introduzidos na Matemática. O primeiro irracional a surgir foi  $\sqrt{2}$ , que apareceu ao ser calculada a hipotenusa de um triângulo retângulo com catetos medindo 1.

Segundo Kaleff e outras (1997), geralmente o Teorema de Pitágoras é apresentado aos alunos de uma maneira dedutiva. Porém, essa forma de abordar esse assunto pode trazer dificuldades aos alunos em acompanhar tal abordagem. Dessa forma, apresentaremos uma abordagem mais intuitiva, por meio de quebra cabeças que permitem a visualização das situações geométricas que envolvem esse teorema.

O material Teorema de Pitágoras 1 é composto por 26 peças/figuras geométricas dos seguintes tipos: 25 quadrados e 1 triângulo retângulo. E o material Teorema de Pitágoras 2 é composto por 6 peças/figuras geométricas dos seguintes tipos: 4 quadriláteros, 1 triângulo retângulo e 1 quadrado. No manual, apresentamos a forma de confecção dos dois quebra cabeças. A construção do quebra cabeça 2 foi extraído de Kaleff e Outras (1997, p. 57-8).

Este material tem como objetivo proporcionar a visualização e a compreensão da demonstração do Teorema de Pitágoras. Sugerimos que este material possa ser trabalhado no 9º ano do Ensino Fundamental.

## Encontro Anual de Iniciação Científica da Unespar

Esperamos que, por meio desse material, o aluno compreenda a demonstração geométrica do Teorema de Pitágoras, de forma que consiga assimilar o significado de  $a^2 = b^2 + c^2$ . E também, permitir ao aluno resolver outros problemas de Matemática, em geral.

### PRODUTOS NOTÁVEIS



**Figura 04: Produtos Notáveis**  
Fonte: Laboratório Brasil Profissionalizado

Segundo Eves (2004, p. 266 apud GUADAGNINI, 2013, p. 19), o conhecimento da álgebra disseminou-se na Europa por meio de um texto da obra *Hisob al-jabr wa'l muqabalah* (ciência de transposição e do cancelamento), escrita entre 813 e 833, que se preservou e foi traduzido para o latim no século XII. Porém, depois de passados quase mil anos, temos alguns indícios de que as equações do 2º grau passaram a ser ensinadas no Brasil.

A utilização de simbolismo na álgebra propiciou muitas facilidades em seu ensino e a álgebra deixou de ser para poucos indivíduos, para se tornar requisito para a formação do cidadão comum. Porém, este estudo vem apresentando tantos fracassos que passou a ser um elemento de exclusão, uma vez que os alunos não conseguem compreendê-las e acabam realizando as atividades mecanicamente sem entender seu significado (CASTRO, 2003 apud GUADAGNINI, 2013, p. 20). Mediante a isto, o conjunto de produtos notáveis tem por finalidade minimizar as dificuldades ressaltadas por Castro (2003, apud GUADAGNINI, 2013) e proporcionar a compreensão e o entendimento da álgebra.

O conjunto de produtos notáveis é composto por 71 peças/figuras geométricas dos seguintes tipos:

1 cubo de comprimento, largura e altura medindo  $x$ , cujo volume é  $x^3$

## Encontro Anual de Iniciação Científica da Unespar

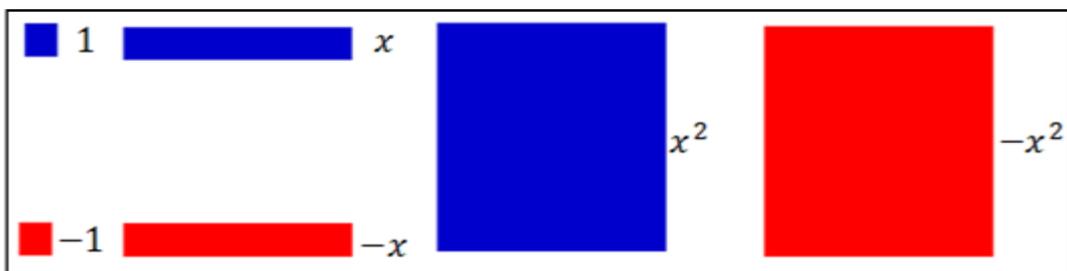
30 cubinhos de comprimento, largura e altura medindo **1**, cujo volume é **1**

10 Placas de comprimento e largura medindo  **$x$**  e altura **1**, cujo volume é  **$x^2$**

30 Barras de comprimento  **$x$** , largura e altura medindo **1**, cujo volume é  **$x$**

Sugerimos que esse material seja utilizado nos 7º e 8º anos do Ensino Fundamental. Ele tem como objetivo proporcionar a visualização e a compreensão de propriedades na álgebra, por exemplo, fatoração e raiz da equação, por meio da relação entre os sólidos geométricos e tais propriedades.

Poderemos confeccionar um material com objetivos similares a este, utilizando cartolina americana ou papel cartão. Em nossa confecção, utilizamos papel cartão nas cores verde e vermelho. Constituído por: 25 quadrados pequenos de cada cor, de 1,5 cm que representam a unidade: 1. Os quadrados verdes representarão as unidades positivas; e os vermelhos, as unidades negativas. 15 retângulos de cada cor, de 1,5 cm por 15 cm. Os retângulos verdes corresponderão à incógnita  $x$  e os vermelhos, ao seu oposto  $-x$ . 5 quadrados grandes de cada cor, de 15 cm. Os quadrados verdes representando  $x^2$  e os vermelhos representando  $-x^2$  (HELLMEISTER, 1998).



**Figura 05: Confeção do material Produtos Notáveis em cartolina americana**

Fonte: Autoras

Este material poderá proporcionar uma melhor compreensão de alguns conceitos do ensino da álgebra. O professor pode explorar os conceitos de fatoração, multiplicação, potenciação e a raiz da equação. Uma das limitações do material “Produtos Notáveis”, do Laboratório do Programa Brasil Profissionalizado, é não poder representar valores negativos, pois não temos opções de cores para representar as variáveis, por exemplo, o oposto de  $x^2$ , ou seja,  $-x^2$ , assim não podemos fazer simplificações.

No material confeccionado, este só faz o uso de valores negativos em atividades de simplificação e fatoração; porém, em outras atividades, que necessitam de tais valores, não podemos utilizá-lo, pois não haverá peças que satisfaçam o preenchimento do molde em uma expressão, por exemplo,  $x(-x + 3)$  não teremos peças para preenchê-lo em que os lados são  $x$  e  $-x$

## Encontro Anual de Iniciação Científica da Unespar

simultaneamente. Outra limitação é o não uso de equações de terceiro grau, pois apesar do material confeccionado obter espessura, esta não é tão significativa de modo a ser calculado.

Outra limitação é que tanto no material do Brasil Profissionalizado, quanto o confeccionado, é de não trabalhar com coeficientes muito altos; pois, além das peças serem limitadas, o material tem por objetivo introduzir e ajudar os alunos a entenderem o conceito, para assim generalizar com outras atividades.

### CONSIDERAÇÕES FINAIS

Esperamos que, com a elaboração deste material didático, seja possível auxiliar os professores e futuros professores com relação ao uso destes materiais. E também que possa contribuir com o processo de ensino e aprendizagem dos alunos.

Também esperamos que o manual possa servir de apoio para escolas que não possuem o LEM, uma vez que são dadas condições para que os professores confeccionem os MD investigados.

E, por fim, que este material possa contribuir no trabalho dos professores em sala de aula de forma positiva e que o ensino de Matemática por meio dos MD seja de forma prazerosa e, acima de tudo, que possa atribuir significado na aprendizagem do aluno.

### REFERÊNCIAS

FANTI, Ermínia de Lourdes Campello; KODAMA, Hélia Matiko Yano; MARTINS, Ana Cláudia Cossini; CUNHA, Ana de Fátima C.S. **Ensinando fatoração e funções quadráticas com o apoio de material concreto e informática**. Disponível em: <<http://www.unesp.br/prograd/PDFNE2006/artigos/capitulo2/fatoracao.pdf>>. Acesso em: 01 de Maio de 2014.

GUADAGNINI, M. R. **O uso da fatoração na resolução de equações do 2º grau por alunos do 9º ano do ensino fundamental**. 2013. 151 f. Dissertação (Mestrado)-Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática, Universidade Federal de Mato Grosso do Sul, Mato Grosso do Sul, 2013.

HELLMEISTER, Ana Catarina P. *Resolvendo fisicamente* In: **Revista do Professor de Matemática**. São Paulo: Sociedade Brasileira de Matemática, nº 38 p. 15-22 3º quad. 1998.

KALEFF, A. M. M. R.; REI, D. M.; GARCIA, S. S. *Quebra-cabeças geométricas e formas planas*. 2. ed. Niterói: EDUFF, 1997.

LAMAS, Rita de Cássia; MAURI, Juliana. **O Teorema de Pitágoras e as relações métricas no triângulo retângulo com material emborrachado**. Disponível em: <<http://www.ime.usp.br/~iole/oteoremadepitagoras.pdf>>. Acesso em: 27 de novembro de 2014.

LORENZATO, S. Laboratório de ensino de matemática e materiais didáticos manipuláveis. In: \_\_\_\_\_ (Org.). **O Laboratório de Ensino de Matemática na Formação de Professores**. Campinas, SP: Autores Associados, 2012.

**Encontro Anual de Iniciação Científica  
da Unespar**

REGO, R. M.; REGO, R. G. Desenvolvimento e uso de materiais didáticos no ensino da matemática.  
LORENZATO, Sérgio org. **O Laboratório de Ensino de Matemática na Formação de Professores.**  
Campinas – SP: Autores Associados, 2012.